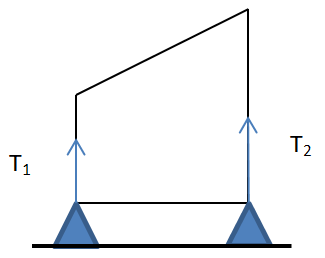
**9.5.** Брусок в форме прямоугольной трапеции, длины оснований которой соотносятся как 1:2, своей боковой стороной опирается на 2 опоры, расположенные на горизонтальной поверхности (см. рисунок). Определить отношение сил реакций *T*1/*T*2, действующих со стороны опор. Ускорение свободного падения *g*.



*Решение.*

**Способ 1.**

Пусть *m* – масса трапеции, *a* и 2*a* – стороны ее оснований, *h* – высота трапеции. Разобьем трапецию горизонтальным отрезком на 2 фигуры – прямоугольник со сторонами длиной *a* и *h*, и прямоугольный треугольник с катетами длиной *a* и *h*.

Площадь прямоугольного треугольника будет в 2 раза меньше площади прямоугольника со сторонами, равными катетам, следовательно, масса прямоугольника будет 2/3 от массы трапеции, а масса треугольника – 1/3 от массы трапеции.

Запишем уравнение моментов сил относительно каждой из опор. Для прямоугольника (центр масс посередине):

, или ; (1)

, или . (2)

Для прямоугольного треугольника (центр масс в точке пересечения медиан, которая делит медианы как 2:1):

, или ; (3)

, или . (4)

Складывая (1) и (3), (2) и (4), получаем силы реакции опор:

; (5)

. (6)

Отсюда

. (7)

*Разбалловка.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Критерий** | **Баллы** |
| 1 | Предложено разделение трапеции на прямоугольник и прямоугольный треугольник | 2 |
| 2 | Найдено соотношение площадей (или объемов, или масс) прямоугольника и прямоугольного треугольника (или их отношение к трапеции). | 1 |
| 3 | Записано выражение (1) для прямоугольника для момента сил для силы *T*1 | 1 |
| 4 | Записано выражение (2) для прямоугольника для момента сил для силы *T*2 | 1 |
| 5 | Записано выражение (3) для треугольника для момента сил для силы *T*1 | 1 |
| 6 | Записано выражение (4) для треугольника для момента сил для силы *T*2 | 1 |
| 7 | Найдена сила *T*1 = 4*mg*/9 | 1 |
| 8 | Найдена сила *T*2 = 5*mg*/9 | 1 |
| 9 | Найдено отношение *T*1/*T*2 = 4/5 = 0,8. | 1 |
|  | **Итого** | **10** |

**Способ 2.**

Пусть *m* – масса трапеции, *a* и 2*a* – стороны ее оснований, *h* – высота трапеции.

Найдем координаты центра масс трапеции. Для этого дополним ее прямоугольным треугольником с катетами *a* и *h*. Тогда дополненная фигура будет представлять собой прямоугольный треугольник с катетами 2*a* и 2*h*.

Поскольку трапецию можно разбить на 3 прямоугольных треугольника со сторонами *a* и *h*, то площадь маленьких треугольников будет равна *m*/3, а площадь большого треугольника – 4*m*/3.

Воспользуемся тем фактом, что центр масс треугольника находится в точке пересечения медиан, которая делит медианы в соотношении 2:1. Следовательно, центр масс большого треугольника находится на высоте , а центр верхнего маленького треугольника – на высоте .

Пусть *y* – высота центра масс в рассматриваемой трапеции. Тогда, по определению центра масс:

. (1)

Сократим на *m* и умножим обе части уравнения на 4/3:

;

. (2)

Запишем уравнение моментов сил относительно каждой из опор.

; (3)

. (4)

Разделив уравнение (3) на уравнение (4), получим:

. (5)

*Разбалловка.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Критерий** | **Баллы** |
| 1 | Предложено дополнение трапеции до прямоугольного треугольника с катетами 2*a* и 2*h*. | 2 |
| 2 | Найдены массы маленького и большого треугольников через массу трапеции. | 1 |
| 3 | Записано, что центр масс треугольника находится в точке пересечения медиан, которая делит медианы в соотношении 2:1. | 1 |
| 4 | Записано соотношение (1) для центров масс | 2 |
| 5 | Найдена высота центра масс трапеции *y* = 4*h*/9. | 1 |
| 6 | Записано выражение (3) для трапеции для момента сил для силы *T*1 | 1 |
| 7 | Записано выражение (4) для трапеции для момента сил для силы *T*2 | 1 |
| 8 | Найдено отношение *T*1/*T*2 = 4/5 = 0,8. | 1 |
|  | **Итого** | **10** |